Chapitre I1 – Circuit fixe dans un champ variable

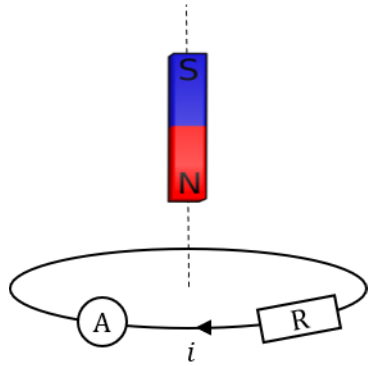
I) Lois de l'induction

1) Observations expérimentales

On réalise l'expérience ci-contre. On observe :

- Si l'aimant et la bobine sont immobiles : $i = 0$
- Si l'aimant et la bobine se rapprochent : $i < 0$
- Si l'aimant et la bobine s'éloignent : $i > 0$

Cette expérience met en évidence le phénomène d'**induction** : apparition d'une force électromotrice dans un conducteur électrique soumis à un champ magnétique variable.

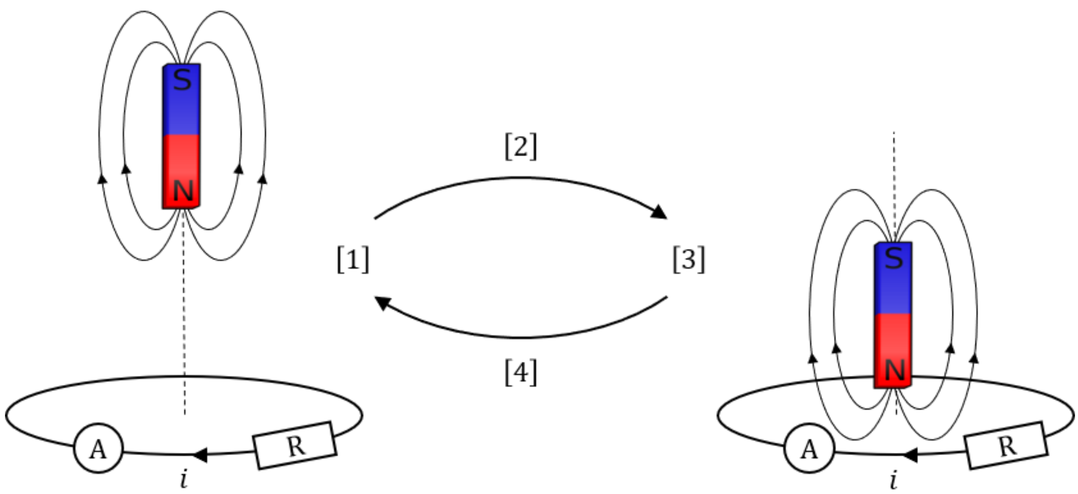


2) Loi de modération de Lenz

Loi de modération de Lenz (1833) :

Les effets de l'induction s'opposent aux causes qui leur ont donné naissance.

Interprétation de l'expérience :



[1] – Aimant immobile. Le champ magnétique passant à travers la spire est constant. Aucune cause d'induction.

[2] – L'aimant se rapproche. Le champ magnétique à travers la spire varie : la quantité de champ passant « vers le bas » augmente. Un courant induit apparaît i pour contrer cette augmentation : $i < 0$ pour créer un champ « vers le haut ».

[3] – Aimant immobile. Le champ magnétique passant à travers la spire est constant. Aucune cause d'induction.

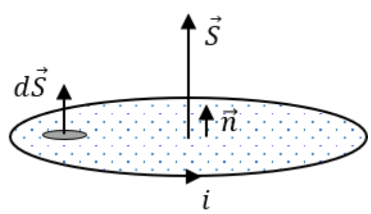
[4] – L'aimant s'éloigne. Le champ magnétique à travers la spire varie : la quantité de champ passant « vers le bas » diminue. Un courant induit apparaît i pour contrer cette diminution : $i > 0$ pour créer un champ « vers le bas ».

3) Loi de Faraday

Soit Σ une boucle plane de courant **orientée** par i (choix arbitraire). On définit le vecteur surface $\overrightarrow{S}$ et le vecteur surface élémentaire $d\overrightarrow{S}$:

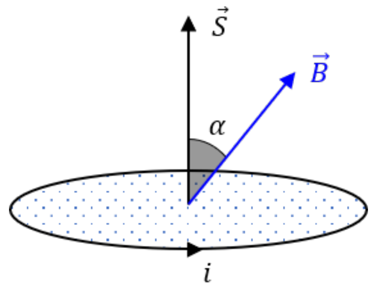
$$d\overrightarrow{S} = dS\ \overrightarrow{n} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{S} = S\ \overrightarrow{n}$$

où $\overrightarrow{n}$ est le vecteur unitaire normal au plan de la boucle, orienté dans le sens de la main droite.



On définit le **flux** du champ magnétique $\overrightarrow{B}(\mathrm{M},t)$ à travers Σ :

$$\boxed{\phi = \iint_{\Sigma} \overrightarrow{B}(\mathrm{M},t) \cdot d\overrightarrow{S}}$$



Si le champ ne dépend pas de l'espace $\overrightarrow{B}(t)$, c'est une constante vis-à-vis du paramètre d'intégration. Il peut donc sortir de l'intégrale.

$$\phi = \overrightarrow{B}(t) \cdot \iint_{\Sigma} d\overrightarrow{S} = \overrightarrow{B}(t) \cdot \overrightarrow{S} = BS\,\cos(\alpha)$$

Application : TD – Calcul de flux

Loi de Faraday :

Un circuit électrique soumis à un champ magnétique variable est soumis à une force électromotrice

$$\boxed{e = -\frac{d\phi}{dt}}$$

orientée en convention générateur.

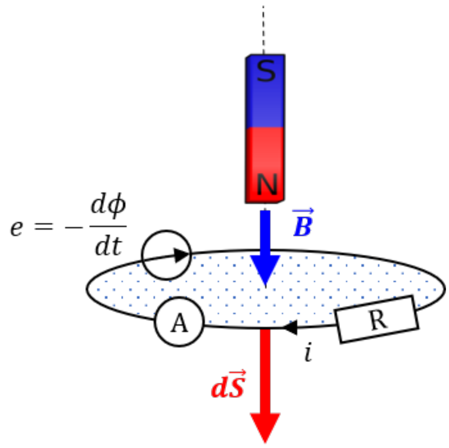
Remarque : cette loi est en cohérence avec la loi de Lenz

- Le signe « $-$ » pour « s'oppose »
- Cause de l'induction : $\dfrac{d\phi}{dt}$

4) Retour sur l'expérience

On dessiner le circuit équivalent en ajoutant le générateur de Faraday en convention générateur. La loi des mailles donne :

$$e = Ri \quad \Rightarrow \quad \boxed{-\frac{d\phi}{dt} = Ri}$$



Compte tenu de l'orientation de l'aimant et de i, on constate que $\phi > 0$.

Lorsqu'on rapproche l'aimant :

$$\phi(t) \nearrow \quad \Rightarrow \quad \dot{\phi}(t) > 0 \quad \Rightarrow \quad i < 0$$

Lorsqu'on retire l'aimant :

$$\phi(t) \searrow \quad \Rightarrow \quad \dot{\phi}(t) < 0 \quad \Rightarrow \quad i > 0$$

II) Induction propre

1) Inductance propre

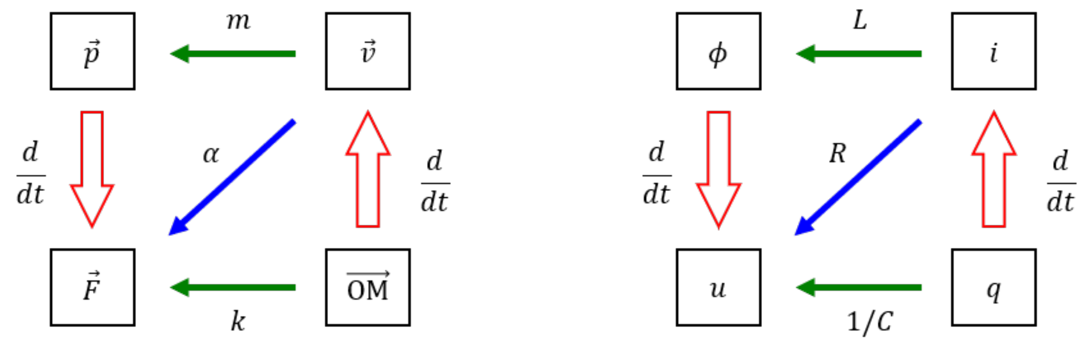
Soit un circuit orienté parcouru par un courant $i(t)$. Ce courant crée un champ magnétique $\overrightarrow{B_p}(\mathrm{M},t)$ appelé **champ propre**.

On appelle flux propre, noté $\phi(\mathrm{M},t)$, le flux du champ propre à travers la surface du circuit qui lui a donné naissance. On appelle **inductance propre**, notée L, le rapport du flux propre et de l'intensité. C'est une constante positive qui ne dépend que de la géométrie du circuit.

$$\boxed{\phi(t) = \iint_{\text{Circuit}} \overrightarrow{B_p}(\mathrm{M},t) \cdot d\overrightarrow{S} = Li(t)}$$

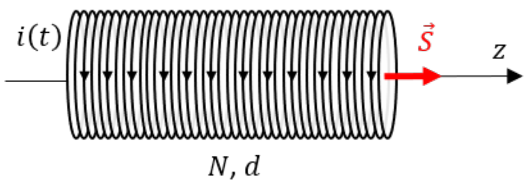
Remarque :

Le flux propre est analogue de la quantité de mouvement en mécanique. Il représente une « quantité de champ » passant à travers le circuit.



Application : inductance d'une bobine longue

Soit une bobine longue (ie. longueur $\gg$ rayon) d'axe (Oz), avec N spires, de longueur d et parcouru par un courant $i(t)$.



On donne le champ d'une bobine longue dans la bobine (champ uniforme) :

$$\overrightarrow{B_p} = \frac{\mu_0 N i}{d} \overrightarrow{u_z}$$

avec $\mu_0 = 1{,}3 \times 10^{-6}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$ la perméabilité magnétique du vide.

Le flux de $\overrightarrow{B_p}$ à travers une spire vaut :

$$\phi_1 = \overrightarrow{B_p} \cdot \overrightarrow{S} = \frac{\mu_0 N i}{d} \overrightarrow{u_z} \cdot S \overrightarrow{u_z} = \frac{\mu_0 N S i}{d}$$

Le flux propre vaut donc :

$$\phi_p = N \times \phi_1 = \frac{\mu_0 N^2 S i}{d} \quad \Rightarrow \quad \boxed{L = \frac{\phi_p}{i} = \frac{\mu_0 N^2 S}{d}}$$

Ordre de grandeur : pour une bobine classique de TP, $L \simeq 100$ mH.

2) Schéma équivalent

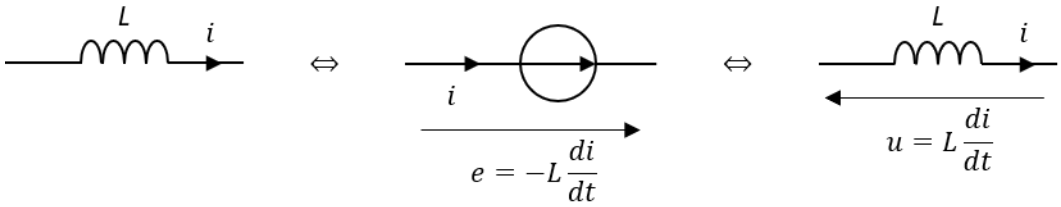
Tout circuit électrique possède une inductance propre. En revanche, seules les bobines ont une inductance non négligeable du fait de leur grande surface.

Soit une bobine parcourue par un courant $i(t)$. D'après la loi de Faraday, cette bobine est équivalente à un générateur de force électromotrice :

$$e = -\frac{d\phi_p}{dt} = -L\,\frac{di}{dt}$$

Ainsi, en convention récepteur, une bobine est un dipôle dont la tension à ses bornes vaut :

$$\boxed{u = L\,\frac{di}{dt}}$$



3) Énergie magnétique stockée

La puissance reçue par une bobine vaut :

$$\mathcal{P} = ui = Li\,\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$$

On en déduit l'énergie stockée dans une bobine sous forme magnétique :

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2}Li^2}$$

III) Induction mutuelle

1) Inductance mutuelle

Soit deux circuits fixes indépendants. Le circuit (k) avec $k = 1$ ou 2 est parcouru par un courant $i_k(t)$ qui génère un champ magnétique propre $\overrightarrow{B_k}(\mathrm{M}, t)$. En tout point M de l'espace, le champ total vaut donc :

$$\overrightarrow{B}_{tot}(\mathrm{M}, t) = \overrightarrow{B_1}(\mathrm{M}, t) + \overrightarrow{B_2}(\mathrm{M}, t)$$

Le flux magnétique traversant le circuit (1) vaut :

$$\phi(t) = \iint_{\text{Circuit (1)}} \overrightarrow{B}_{tot}(\mathrm{M}, t)\cdot d\overrightarrow{S_1} = \underbrace{\iint_{\text{Circuit (1)}} \overrightarrow{B_1}(\mathrm{M}, t)\cdot d\overrightarrow{S_1}}_{\phi_{1\to1} = L_1 i_1} + \underbrace{\iint_{\text{Circuit (1)}} \overrightarrow{B_2}(\mathrm{M}, t)\cdot d\overrightarrow{S_1}}_{\phi_{2\to1} = M i_2} = L_1 i_1 + M i_2$$

Le flux magnétique traversant le circuit (2) vaut :

$$\phi(t) = \iint_{\text{Circuit (2)}} \overrightarrow{B}_{tot}(\mathrm{M}, t)\cdot d\overrightarrow{S_2} = \underbrace{\iint_{\text{Circuit (2)}} \overrightarrow{B_1}(\mathrm{M}, t)\cdot d\overrightarrow{S_2}}_{\phi_{1\to2} = M i_1} + \underbrace{\iint_{\text{Circuit (2)}} \overrightarrow{B_2}(\mathrm{M}, t)\cdot d\overrightarrow{S_2}}_{\phi_{2\to2} = L_2 i_2} = L_2 i_2 + M i_1$$

Propriété :

On admet que le flux $\phi_{1\to2}(t)$ est proportionnel au courant $i_1(t)$. On appelle **coefficient d'inductance mutuelle**, noté M, le coefficient de proportionnalité.

$$\phi_{1\to2}(t) = M \times i_1(t)$$

Deux circuits couplés ont le même coefficient d'induction mutuelle.

$$\boxed{M = \frac{\phi_{1\to2}(t)}{i_1(t)} = \frac{\phi_{2\to1}(t)}{i_2(t)}}$$

M peut être négatif ou positif. Son signe dépend des orientations des circuits. Sa valeur absolu dépend de la géométrie des circuits et de leur position relative.

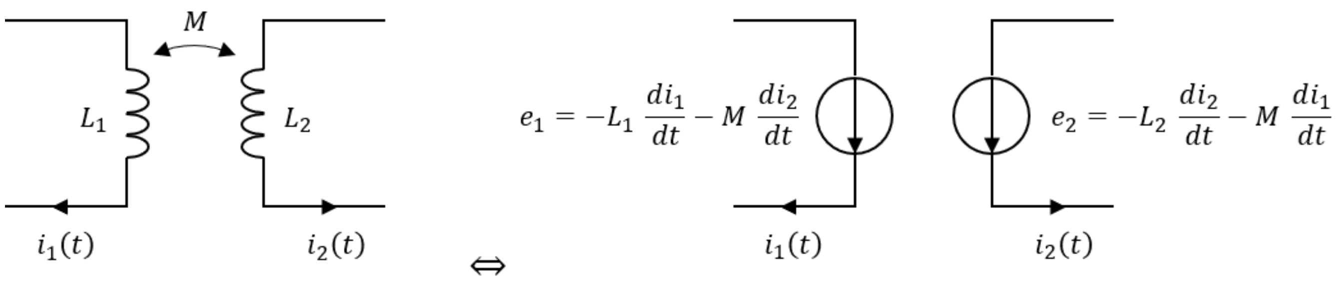
2) Schéma équivalent

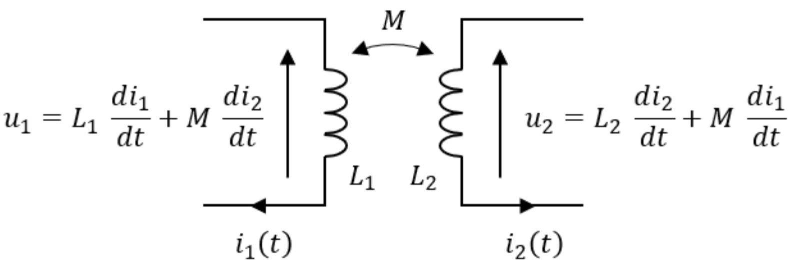
Soit deux bobines en induction mutuelle. D'après la loi de Faraday, les bobines sont chacune équivalentes à un générateur de force électromotrice :

$$e_1 = -\frac{d\phi_1}{dt} = -L_1\,\frac{di_1}{dt} - M\,\frac{di_2}{dt} \quad \text{et} \quad e_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} = -L_2\,\frac{di_2}{dt} - M\,\frac{di_1}{dt}$$

Ainsi, en convention récepteur, les bobine sont des dipôles dont la tension à leurs bornes vaut :

$$\boxed{u_1 = L_1\,\frac{di_1}{dt} + M\,\frac{di_2}{dt} \quad \text{et} \quad u_2 = L_2\,\frac{di_2}{dt} + M\,\frac{di_1}{dt}}$$





3) Énergie magnétique stockée

La puissance reçue par les deux bobines vaut :

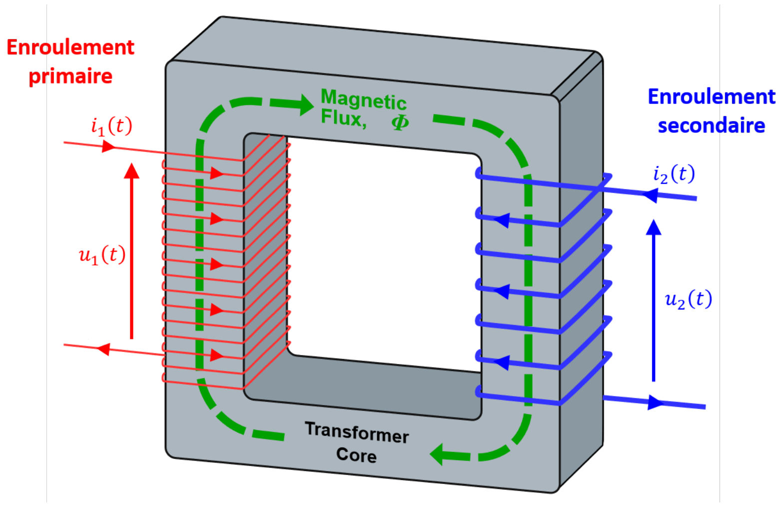
$$\mathcal{P}_{tot} = \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 = \left[L_1 i_1\,\frac{di_1}{dt} + M i_1\,\frac{di_2}{dt}\right] + \left[L_2 i_2\,\frac{di_2}{dt} + M i_2\,\frac{di_1}{dt}\right] = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2\right)$$

On en déduit l'énergie stockée dans les deux bobines sous forme magnétique :

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2}$$

IV) Application : le transformateur de tension

Un transformateur est constitué par deux bobinages (primaire et secondaire) enroulés autour d'un tore de matériau ferromagnétique.

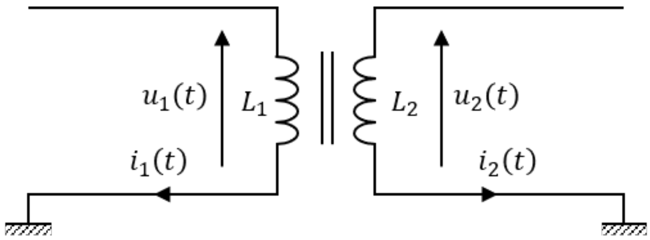


Le noyau de ferromagnétique permet de canaliser les lignes de champ. Cela permet d'obtenir une influence totale entre les bobine sans les emboîter : c'est la configuration où M est le plus grand possible.

Dans le modèle du transformateur parfait, on ne considère aucune perte :

- aucune résistance ;
- aucune fuite de ligne de champ.

Schéma électrique (la double barre représente le noyau en fer).



Chaque enroulement (k) est parcouru par un courant $i_k(t)$ qui génère un champ magnétique propre $\overrightarrow{B_k}(\mathrm{M}, t)$. En tout point M de l'espace, le champ total vaut donc :

$$\overrightarrow{B_{tot}}(\mathrm{M}, t) = \overrightarrow{B_1}(\mathrm{M}, t) + \overrightarrow{B_2}(\mathrm{M}, t)$$

On note ϕ_0 le flux du champ total à travers une surface.

$$\phi_0(t) = \overrightarrow{B_k}(\mathrm{M}, t) \cdot \overrightarrow{S}$$

On en déduit le flux passant à travers chaque enroulement :

$$\phi_1(t) = N_1 \times \phi_0(t) \quad \text{et} \quad \phi_2(t) = N_2 \times \phi_0(t)$$

avec N_1 et N_2 le nombre de tours de chaque enroulement.

D'après la loi de Faraday, chaque enroulement est équivalent à un générateur de force électromotrice $e_k(t) = -\dfrac{d\phi_k}{dt}$. En convention récepteur, on en déduit les tensions $u_k = -e_k$.

$$u_1(t) = N_1 \, \frac{d\phi_0}{dt} \quad \text{et} \quad u_2(t) = N_2 \, \frac{d\phi_0}{dt}$$

On en déduit :

$$\boxed{\frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{N_2}{N_1} = m}$$

où m s'appelle le **rapport de transformation**.

Si le transformateur est idéal, il transfert la totalité de la puissance électrique, ainsi :

$$\mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_2 \quad \Rightarrow \quad u_1 i_1 = u_2 i_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{i_2(t)}{i_1(t)} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{m}}$$

Un transformateur de tension permet donc d'amplifier la tension / diminuer l'intensité ($m > 1$) ou diminuer la tension / amplifier l'intensité ($m < 1$).

Remarque : Attention, un transformateur ne marche pas en régime permanent car il faut que $\dfrac{d\phi_0}{dt} \neq 0$

Intérêt du transformateur :

Afin de transporter une puissance donnée $\mathcal{P} = ui$ tout en limitant les pertes par effet Joule $\mathcal{P}_{\text{Joule}} = Ri^2$, il faut travailler à i faible donc à u élevé. Le transport de l'énergie se fait donc à très haute tension (400 kV) puis on abaisse la tension à l'entrée des villes (40 kV) et on abaisse encore la tension pour alimenter les foyers (230 V).

Un transformateur d'isolement (cas où $m = 1$) permet d'alimenter un circuit (le secondaire) sans être connecté physiquement au primaire. L'enroulement secondaire se comporte donc comme un générateur sans masse. Cela permet de choisir un point de masse dans le secondaire où l'on souhaite, voir de travailler sans masse.

V) Applications industrielles

Parmi les nombreux applications de l'induction, on peut citer :

- Transformateur : pour le transport de l'énergie
- Alternateur – aimant qui tourne devant une bobine : transforme de l'énergie mécanique en énergie électrique
- Moteur électrique : transforme de l'énergie électrique en énergie mécanique
- Puce RFID – badge magnétique : permet de transmettre de l'information entre un badge et une borne
- Détecteur de métaux : un métal placé dans un champ $\overrightarrow{B}$ émet un champ induit
- Plaque à induction
- Rechargement par induction